



Бифуркация энергии связи и хаос в атомных ядрах

Binding energy bifurcation and chaos in atomic nuclei

Alexander P. Trunev (Toronto, Canada)

Alexander P. Trunev

В работе рассмотрена модель хаотического поведения нуклонов в атомных ядрах, построенная на основе модели ядерных взаимодействий и статистики Ферми-Дирака.

The model of chaotic behavior of nucleons in nuclei, based on the model of nuclear interactions and the Fermi-Dirac statistics is discussed.

Ключевые слова: нейтрон, протон, ядро, ядерная оболочка, хаос, энергия связи

Keywords: Binding Energy, Chaos, Neutron, Nuclei, Nuclei Shell, Proton.

Известно, что энергия связи нуклонов в атомных ядрах зависит, как от наличия регулярного движения протонов и нейтронов в ядерных оболочках, так и от хаотического поведения нуклонов, что вносит неопределенность в измерение величины массы нуклидов [1-3]. Модели хаотического поведения нуклонов основаны на аналогии с хаосом в классических динамических системах, а также на представлениях о квантовом хаосе [4-5].

Рассмотрим модель бифуркации энергии связи в атомных ядрах, основанную на обобщенной динамике Ферхюльста-Рикера-Планка [6]. Для вывода уравнений модели используем результаты теории сильных взаимодействий нуклонов в ядрах [7-8]. Согласно этой теории существует связь между размером ядра, энергией связи и параметром взаимодействия, которую представим в виде

$$r_n E = \sqrt{S b_{nl}^A} = \beta(A) A \quad (1)$$

Здесь $A=N+Z$ – число нуклонов (нейтронов + протонов), в качестве единиц измерения используется скорость света, постоянная Планка и масса электрона. Энергия связи определяется по числу нуклонов с суммарной массой протона и электрона,

следовательно $E = A(m_p / m_e + 1) - M_A / m_e$.

Поскольку уравнение (1) должно быть совместно со стандартным выражением размера ядра $r(A) = r_0 A^{1/3}$, отражающим слабую сжимаемость ядерного вещества, можно определить левую часть уравнения (1), используя экспериментальные данные [9]. В результате находим зависимость произведения радиуса ядра на энергию связи от числа нуклонов - рис. 1. Для согласования с данными [9] положим $\beta(A) = 0.05325 \ln A$.

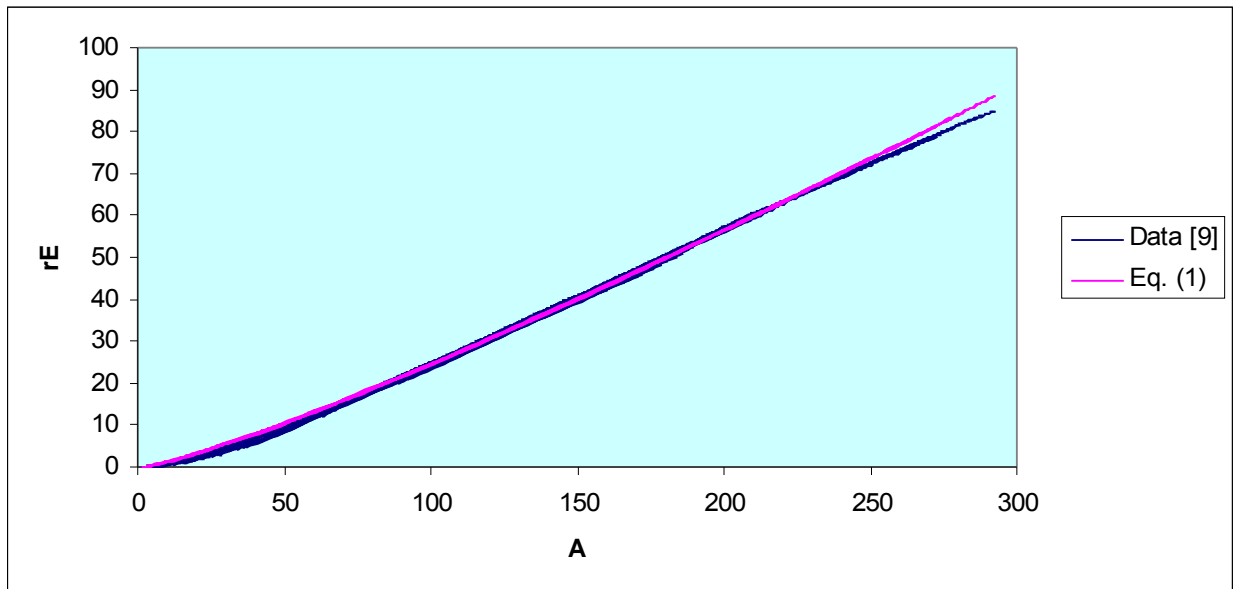


Рис. 1. Зависимость произведения размера ядра на энергию связи от числа нуклонов по данным [9].

Используя полученную зависимость, представим уравнение (1) в виде

$$E_A = \beta A / r_A \tag{2}$$

Построим на основе уравнения (2) дискретную модель уровней энергии в ядрах следующим образом:

$$E_{A+1} E_A^2 = \frac{\beta(A+1)(A+1)(\beta(A)A)^2}{r_{A+1} r_A^2} = \frac{A}{4\pi r_A^3 / 3} \frac{4\pi r_A}{3r_{A+1}} \beta(A+1)(A+1)(\beta(A)A)^2 \tag{3}$$

С другой стороны, можно связать плотность нуклонов в ядре с энергией, используя статистику Ферми-Дирака, имеем

$$n_A = \frac{A}{4\pi r_A^3 / 3} = \frac{g_Z Z / A}{e^{(E_Z - \mu_Z)/\theta} + 1} + \frac{g_N N / A}{e^{(E_N - \mu_N)/\theta} + 1} \tag{4}$$

Здесь g_i, E_i, μ_i, θ - весовые множители, энергия и химический потенциал протонов и нейтронов, и статистическая температура нуклонов соответственно. Модель

(3)-(4) была исследована в широкой области параметров. Рассмотрим результаты, полученные в упрощенной модели при условии равенства химических потенциалов двух видов нуклонов $\mu_N = \mu_Z = \mu_A = \theta \ln \alpha$. В этом случае модель можно представить в виде

$$\begin{aligned} x_{A+1} x_A^2 &= \frac{K(1 + 1/A)^{2/3} \beta^2(A) \beta(A+1)}{e^{-x_A} + \alpha} \\ x_A &= -\frac{E_A}{A\theta}, \quad K = \frac{4\pi}{3A\theta^3} \alpha g_A \\ \beta(A) &= 0.05325 \ln A \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь $g_A = g_N + g_Z$.

Для замыкания модели (5), необходимо сформулировать закон изменения температуры и весового множителя с ростом числа нуклонов. Используем простую гипотезу, вытекающую из теории газа Ферми элементарных частиц [10], что эти параметры пропорциональны кубу граничного импульса, который, в свою очередь, определяется размерами системы:

$$\theta = k_1 p_0^3, \quad g_A = k_2 p_0^3, \quad p_0^2 = k_3 / r_A \quad (6)$$

Отсюда находим, что температура понижается с ростом числа нуклонов по закону

$$\theta = \theta_0 A^{-1/2} \quad (7)$$

При этих условиях параметр K в правой части уравнения (5) не зависит от числа нуклонов. Рассмотрим вопрос о поведении химического потенциала в зависимости от числа нуклонов. Выше, при выводе модели (5) мы положили, что химические потенциалы протонов и нуклонов равны и, кроме того, их отношение к температуре является постоянной величиной, совпадающей с логарифмом постоянной тонкой структуры. Для проверки этой гипотезы рассмотрим функцию

$$f(A) = \mu_A / \theta \ln \alpha \quad (8)$$

Используя данные [9] и уравнения (5)-(7), можно определить функцию (8) – рис. 2. Результаты, приведенные на рис. 2 показывают, что химический потенциал нуклонов достигает теоретической величины $\mu_A = \theta \ln \alpha$ при числе нуклонов более 25. Отметим два важных обстоятельства, отличающих систему связанных нуклонов, от газа свободных фермионов:

- 1) в системе связанных нуклонов химический потенциал является отрицательным, тогда как в системе свободных фермионов химический потенциал является положительным;

- 2) химический потенциал системы связанных нуклонов изменяется линейно с ростом температуры, тогда химический потенциал системы свободных фермионов убывает с ростом температуры в первом приближении по квадратичному закону и ограничен сверху энергией Ферми – см. [10].

Для легких ядер химический потенциал, как и другие параметры системы, отклоняется от теоретической зависимости (6). Тем не менее, будем использовать модель (5), начиная с дейтерия, ядро которого содержит два нуклона.

Положим в начальной точке $x_2 = 0.2$. В результате находим структуру уровней энергии, которая реализуется в системе нуклонов – рис. 3. В этом случае первая точка бифуркации энергии для легких ядер соответствует изотопу углерода ^{12}C , а вторая точка бифуркации - изотопу никеля ^{58}Ni . Отметим, что в природе, реализуется режим с меньшим значением энергии связи, хотя в термодинамической модели (5) возможен и второй режим с большим значением энергии связи.

С ростом числа нуклонов уровни энергии расщепляются последовательно на 2, 4, 8, 16 подуровней, как показано на рис. 3. При увеличении параметра K формируется специфическая структура, впервые обнаруженная в работе [6] – рис. 4. В указанной работе было также показано, что переход к хаотическому поведению в модели типа (5) наблюдается при условии $\alpha = e^2 / \hbar c \leq 1/137$. В настоящей работе установлено, что аналогичная ситуация наблюдается и при нарушении равенства химических потенциалов двух видов нуклонов – рис. 5. При сильном отличии химических потенциалов протонов и нейтронов формируется структура, представленная на рис. 6, внешне похожая на экспериментальную зависимость – рис. 7.

Дадим интерпретацию полученным результатам. Модель (3)-(7) является термодинамической. Она показывает, как изменяется энергия связи при добавлении одного нуклона в ядро с учетом изменения плотности в соответствии с распределением Ферми-Дирака при конечной температуре и большой энергии связи. Хорошо известно, что энергия связи нуклонов в ядре зависит от числа нейтронов и протонов. Стандартная полуэмпирическая формула Вайцекера, описывающая энергию связи, имеет вид [11]

$$E_b = a_1 A - a_2 A^{2/3} - a_3 Z(Z - 1) A^{-1/3} - a_4 (N - Z)^2 A^{-1} + a_5 A^{-3/4} \quad (9)$$

$$a_1 = 14; a_2 = 13; a_3 = 0.585; a_4 = 19.3; a_5 = 33\delta(A, N, Z).$$

Здесь даны современные значения коэффициентов, полученные на основе обработки данных [9]. Все коэффициенты имеют размерность МэВ. В последнем выражении функция $\delta(A, N, Z)$ задана в виде:

$\delta = 1$ для четных Z, N ;

$\delta = -1$ для нечетных Z, N ;

$\delta = 0$ во всех остальных случаях.

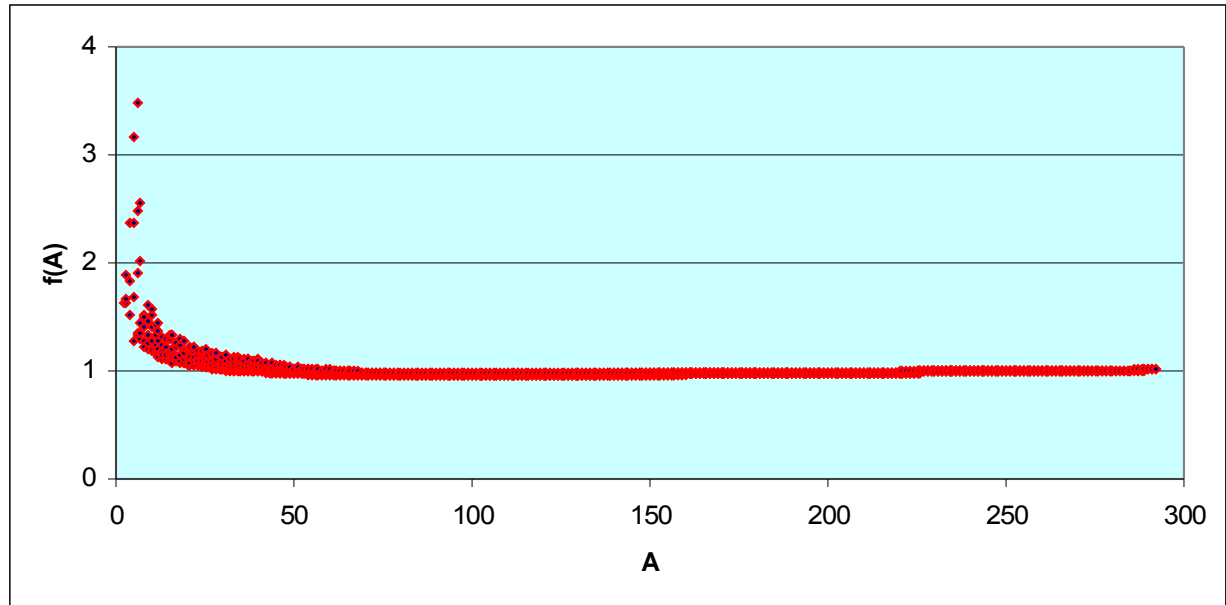


Рис. 2. Зависимость химического потенциала от числа нуклонов, вычисленная на основе уравнений (5)-(7) по данным [9]: $f(A) = \mu_A / \theta \ln \alpha$.

Первое и четвертое слагаемое в правой части выражения (9) зависят от кинетической энергии нуклонов, которая вычисляется на основе статистики (4) при нулевой температуре [11]. Однако данные на рис. 2 и уравнения (6)-(8) показывают, что температура может иметь конечное значение, а химический потенциал может изменяться иначе, чем предсказывает теория газа Ферми свободных частиц. В частности, химический потенциал в системе связанных нуклонов является отрицательным, как и энергия связи.

Уравнение (5) является простейшей моделью, описывающей динамику связанных фермионов при изменении числа частиц. Дальнейшие исследования более общей модели (3)-(4) покажут, можно ли на ее основе предсказать энергию связи с точностью, превосходящей полуэмпирическое уравнение (9). Полученные результаты о хаотическом поведении в системе нуклонов свидетельствуют о сложности описания состояния ядер, поскольку расщепление уровней энергии может происходить не только в силу динамических условий, диктуемых наличием ядерного взаимодействия и орбитального движения, но и в силу статистических причин, связанных с влиянием температуры в соответствии со статистикой фермионов.

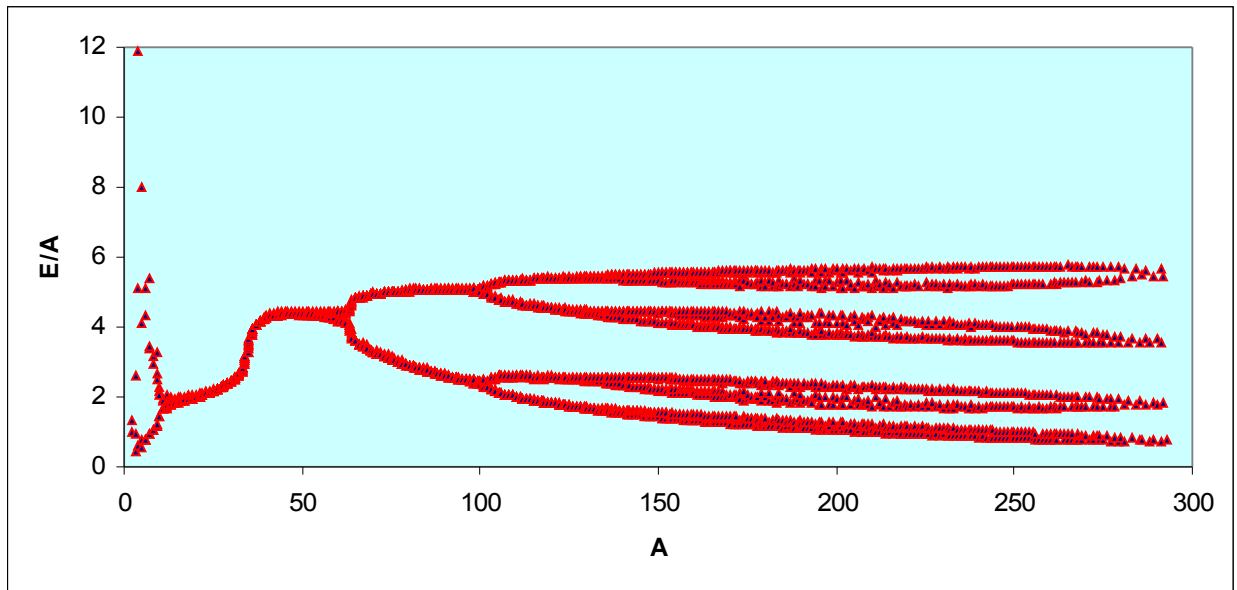


Рис. 3. Бифуркация уровней энергии в модели (5) в зависимости от числа нуклонов в атомном ядре при $\alpha = 1/137$; $K = 0.0371$.

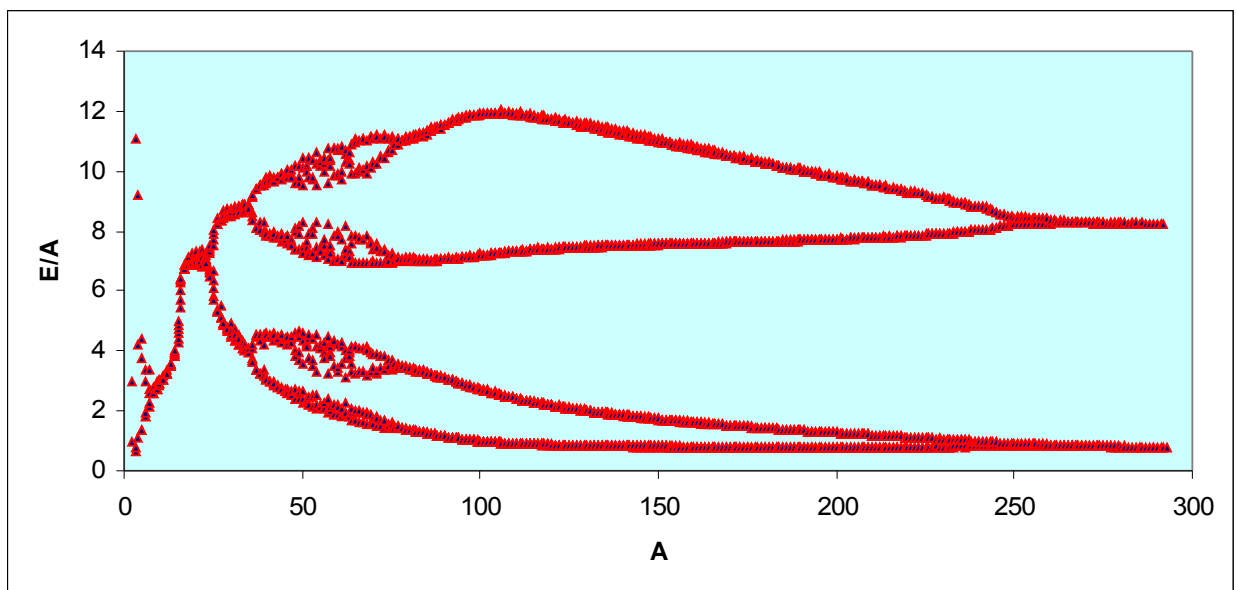


Рис. 4. Бифуркация уровней энергии в модели (5) в зависимости от числа нуклонов при $\alpha = 1/137$; $K = 0.0839$.

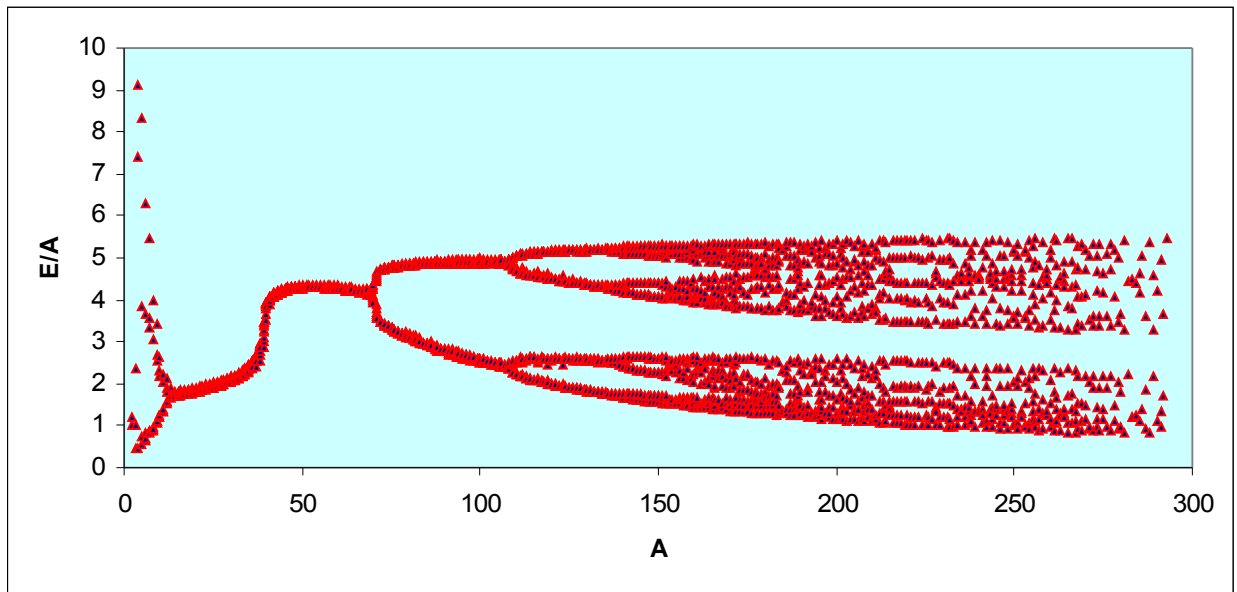


Рис. 5. Переход к хаотическому поведению в системе нуклонов при $K = 0.063; \mu_p / \theta = 1/137; \mu_n / \theta = 1/171$.

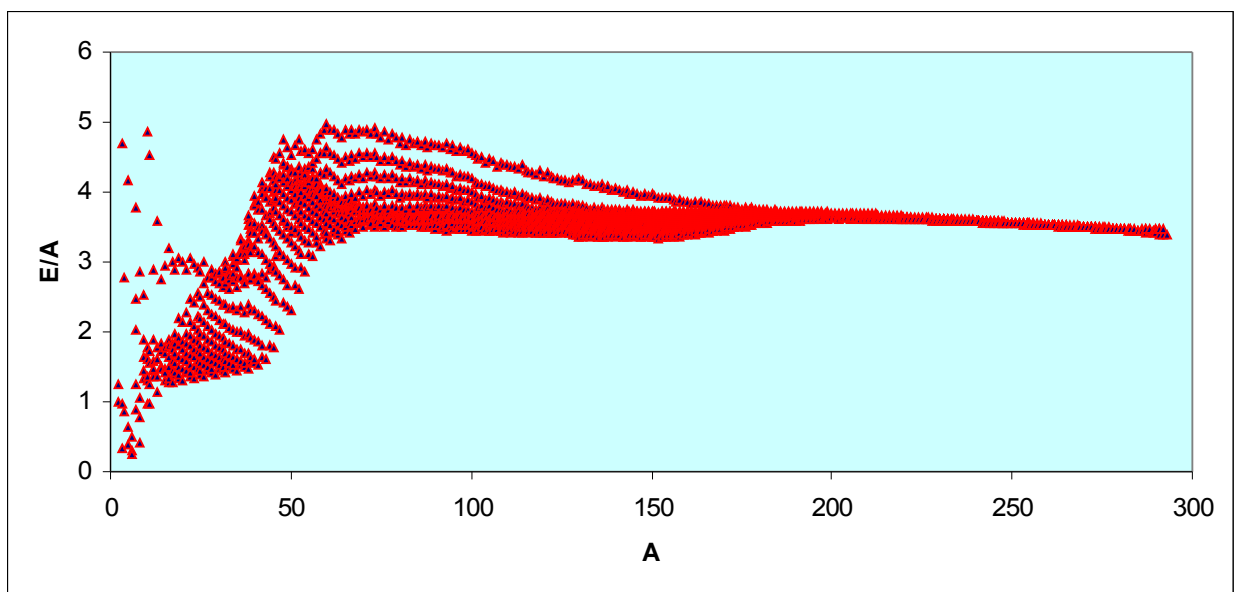


Рис. 6. Хаотическое поведение в системе нуклонов при $K = 0.07; \mu_p / \theta = \alpha; \mu_n / \theta = \alpha^2$.

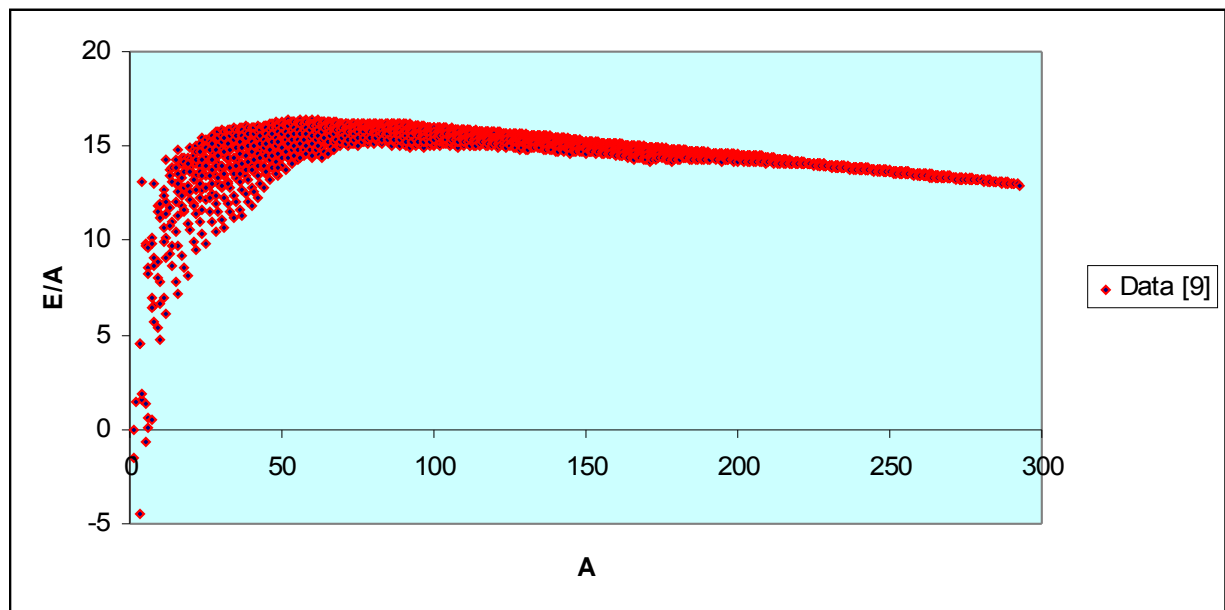


Рис. 7. Зависимость энергии связи от числа нуклонов по данным [9].

References

1. P. Leboeuf. Regularity and chaos in the nuclear masses/ Lect. Notes Phys. **652**, Springer, Berlin Heidelberg 2005, p.245, J. M. Arias and M. Lozano (Eds.).
2. Jorge G. Hirsch, Alejandro Frank, Jose Barea, Piet Van Isacker, Victor Velazquez. Bounds on the presence of quantum chaos in nuclear masses//Eur. Phys. J. A 25S1 (2005) 75-78
3. Jose Barea, Alejandro Frank, Jorge G. Hirsch, Piet Van Isacker. Nuclear masses set bounds on quantum chaos// Phys.Rev.Lett. 94 (2005) 102501
4. Luca Salasnich. Chaos and Quantum Chaos in Nuclear Systems/ In 6-th workshop "Perspectives on Theoretical Nuclear Physics", Cortona (Italy), 12-14 October 1995
5. E. Caurier, J.M.G. Gomez, V.R. Manfredi, L. Salasnich. Quantum Chaos in $A=46-50$ Atomic Nuclei// Phys. Lett. B365 (1996) 7.
6. Волов Д.Б. Обобщенная динамика Ферхюльста-Рикера-Планка и ее связь с постоянной тонкой структуры.
<http://www.sciteclibrary.ru/rus/catalog/pages/11612.html>
7. А. Р. Trunev. The structure of atomic nuclei in Kaluza-Klein theory // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2012. – №02(76). С. 862 – 881. – Режим доступа: <http://ej.kubagro.ru/2012/02/pdf/70.pdf>
8. Alexander P. Trunev. Nuclei shells and periodic trends//Chaos and Correlation, April 19, 2012, http://chaosandcorrelation.org/Chaos/CR_1_4_2012.pdf
9. JAGDISH K. TULI. NUCLEAR WALLET CARDS (Seventh edition). April 2005, NATIONAL NUCLEAR DATA CENTER, www.nndc.bnl.gov
10. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика: Т.5. Статистическая физика. Ч.1. – М., Наука. 1976. – 584 с.
11. Marcelo Alonso, Edward J. Finn. Fundamental University Physics. III Quantum and Statistical Physics. – Addison-Wesley Publishing Company, 1975.